

W4 Stochastik

- 4.1 Die Fußballmannschaft 1. FC Ostsee hat in ihrem Kader 25 Spieler, davon 3 Torleute, 7 Verteidiger, 8 Mittelfeldspieler und 7 Stürmer. Der Trainer hat das 4 : 4 : 2-System durchgesetzt, d. h. es spielen ein Torwart, 4 Verteidiger, 4 Mittelfeldspieler und 2 Stürmer. Wie viele verschiedene Mannschaften kann der Trainer nach diesem System aufstellen, wenn keiner der Spieler in seiner Spielergruppe eine besondere Position einnehmen muss?
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass seine Stammspieler, ein Torwart, 2 Verteidiger und ein Stürmer, in einer zufällig nach dem 4 : 4 : 2-System aufgestellten Mannschaft spielen?
- 4.2 Stürmer A. Magnusson schießt 12 % seiner Tore aus einer Abseitsstellung heraus. In 90 % der Fälle erkennt der Linienrichter diese Abseitsstellung als solche an und der Schiedsrichter gibt das Tor dann auch nicht. Allerdings wird in 15 % der Fälle, in denen Magnusson nicht im Abseits steht (das Tor also regulär wäre), das Tor wegen angeblichem Abseits nicht gegeben.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit entscheidet das Schiedsrichterteam richtig?
- 4.3 Der Spieler L. Timo hat beim Elfmeterschießen eine Trefferquote von 75 %. Im Training schießt er 20-mal vom Elfmeterpunkt auf das Tor. Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft er
- genau 16-mal,
 - häufiger als 16-mal,
 - mindestens 12- und höchstens 18-mal?
- Wie hoch müsste die Trefferquote sein, damit bei 5 Schüssen der Elfer mindestens einmal mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95 % verwandelt wird?
(Es wird vorausgesetzt, dass die Schüsse unabhängig voneinander sind.)

- 4.4 Der 1. FC Ostsee hat an den bisherigen 23 Spieltagen achtmal gewonnen, viermal unentschieden gespielt und elfmal verloren. Diese Verteilung soll als Grundlage für die Berechnung der Einzelwahrscheinlichkeiten für die Zufallsgröße X (Anzahl der Punkte pro Spiel) dienen. Der Gewinner erhält drei Punkte, für ein Remis gibt es einen Punkt und der Verlierer erhält nichts.
 Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X auf. Wie viele Punkte sind beim 1. FC Ostsee pro Spiel zu erwarten? Aus Erfahrung weiß man, dass 40 Punkte am Ende der Saison den Klassenerhalt bedeuten.
 Ist damit zu rechnen, dass der Fußballclub, dessen Punkte pro Spiel durch die Zufallsgröße X beschrieben werden, in der Saison mit 34 Spielen die 40 Punkte erreicht?
- 4.5 Ein Fan des 1. FC Ostsee behauptet, er kann mindestens 75 % der Spielausgänge seiner Mannschaft bezüglich Sieg, Remis oder Niederlage voraussagen. Man ist bereit ihm zu glauben, wenn er unter den ersten 20 Spielen mindestens 13 richtige Tipps abgibt.
 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Fan recht hat, ihm aber nicht geglaubt wird..

Anhang: Summenfunktion der Binomialverteilung: $n = 20$, $p = 0,75$

k	$P(X \leq k)$
0	0,0000
...	...
6	0,0000
7	0,0001
8	0,0009
9	0,0039
10	0,0139
11	0,0409
12	0,1018
13	0,2142
14	0,3828
15	0,5852
16	0,7748
17	0,9087
18	0,9757
19	0,9968
20	1,0000

Wahlaufgabe 4

4.1	154350 Mannschaften möglich; $P(A) = 4/147$ (0,0272)			3		
4.2	$P(R) = 0,856$			4		
4.3	$P(X=16)=0,1897$; $P(X>16)=0,2252$; $P(12 \leq X \leq 18)=0,9348$; $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) > 0,95$; $p > 0,4507$			5		
4.4	x_i	0	1	3	4	
	$P(X=x_i)$	11/23	4/23	8/23		
$E(X) = 1,22$; $34 \cdot 1,22 = 41,48 \rightarrow$ Erhalt						
4.5	$H_0: p \geq 75$; Ablehnung $A: \{0; \dots 12\}$; Annahme $\bar{A}: \{13; \dots 20\}$; $P(A)=0,1018$			2		